Puissance, Travail et Energie

P2 – Chapitre 5

I. Travail d'une force, puissance

1. Formules

$\boxed{\mathcal{P}(t) = \vec{f}(t) \cdot \vec{v}(t)}$

$\boxed{\mathcal{P} = \frac{\delta W}{dt}}$

$\delta W = \vec{f} \cdot d\overrightarrow{OM}$

$W_{A \to B}(\vec{f}) = \int_{A \to B} \vec{f} \cdot d\overrightarrow{OM}$

$\mathcal{P}$ (W) : puissance
$\vec{f}$ (N) : force étudié
$\vec{v}$ (m.s^{-1}) : vitesse du solide étudié
δW (J) : travail élémentaire entre t et $t + dt$
W (J) : travail

2. Cas particuliers

Force	Expression	Travail
Force constante	$\vec{F} = \overrightarrow{cst}$	$W_{A \to B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$
Force de frottement constante	$\lVert \overrightarrow{R_T} \rVert = cst$	$W_{A \to B}(\overrightarrow{R_T}) = -R_T \, \overset{\frown}{AB}$
Force élastique	$\vec{T} = -k(x - l_0)\overrightarrow{u_x}$	$W_{A \to B}(\vec{T}) = -\frac{k}{2}[(l_B - l_0)^2 - (l_A - l_0)^2]$

II. Formules d'énergies cinétique, potentielle et mécanique

$\vec{F}$: résultante des forces $\overrightarrow{f_c}$: forces conservatives $\overrightarrow{f_{nc}}$: forces non conservatives

	Définition	Théorème de l'énergie	Puissance
$\mathcal{E}_C$	$\mathcal{E}_C = \frac{1}{2}mv^2$	$\mathcal{E}_C(B) - \mathcal{E}_C(A) = W_{A \to B}(\vec{F})$	$\frac{d\mathcal{E}_C}{dt} = \mathcal{P}(\vec{F})$
$\mathcal{E}_P$	$\overrightarrow{f_c} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathcal{E}_P)$	$\mathcal{E}_P(B) - \mathcal{E}_P(A) = -W_{A \to B}(\overrightarrow{f_c})$	$\frac{d\mathcal{E}_P}{dt} = -\mathcal{P}(\overrightarrow{f_c})$
$\mathcal{E}_M$	$\mathcal{E}_M = \mathcal{E}_C + \mathcal{E}_P$	$\mathcal{E}_M(B) - \mathcal{E}_M(A) = W_{A \to B}(\overrightarrow{f_{nc}})$	$\frac{d\mathcal{E}_M}{dt} = \mathcal{P}(\overrightarrow{f_{nc}})$

III. Compléments

1. Force conservative et énergies potentielles

Une force est conservative si son travail ne dépend pas du chemin suivi. Alors, elle dérive d'une énergie potentielle.

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, \mathcal{E}_P = \frac{\partial \mathcal{E}_P}{\partial x}\overrightarrow{u_x} + \frac{\partial \mathcal{E}_P}{\partial y}\overrightarrow{u_y} + \frac{\partial \mathcal{E}_P}{\partial z}\overrightarrow{u_z}$$

$$\boxed{\mathcal{E}_{P_P} = mgz} \qquad \boxed{\mathcal{E}_{P_E} = \frac{1}{2}k(l - l_0)^2}$$

2. Conservation de l'énergie mécanique

Si seules les forces conservatives travaillent, il y a conservation de l'énergie mécanique.

IV. Etude d'un mouvement unidirectionnel

- Etat de diffusion : La particule sort du champ de force et peut s'échapper à l'infini
- Etat lié : La particule est prisonnière du champ de force
- Position d'équilibre stable : Minimums de $\mathcal{E}_P \Leftrightarrow \frac{d^2\mathcal{E}_P}{dt^2} > 0$
- Position d'équilibre instable : Maximums de $\mathcal{E}_P \Leftrightarrow \frac{d^2\mathcal{E}_P}{dt^2} < 0$